TALF II - Práctica 2

Fecha de entrega 16 de diciembre de 2011

Notas sobre complejidad computacional

Diferentes algoritmos evolucionan de diferente manera con el tamaño del problema que resuelven. La notación Landau (O(x)) sirve para caracterizar este comportamiento o crecimiento del coste computacional (crecimiento logarítmico, polinómico, exponencial...). Este coste determina lo que todo el mundo sabe, que hay algoritmos mejores que otros.

De la misma manera, no todos los problemas son igual de difíciles. ¿Cómo medir la dificultad de un problema? La complejidad computacional de un problema puede especificarse en función del **algoritmo de menor coste que lo resuelva**. También es posible caracterizar un problema en función del **algoritmo de menor coste que valide una solución**. Teniendo en cuenta estas formas de clasificación, la teoría de complejidad computacional identifica dos clases de problemas (entre otras):

- **Clase P:** aquellos problemas para los que se conoce una máquina de Turing DETERMINISTA que los **resuelva** en tiempo POLINÓMICO.
- **Clase NP:** aquellos problemas para los que se conoce una máquina de Turing DETERMINISTA que **valide** una solución en tiempo POLINÓMICO.

Está claro que todo problema perteneciente a P pertenece a NP, ya que el propio algoritmo que soluciona el problema puede actuar como validador en tiempo polinómico. Lo que no está tan claro es si todo problema que es fácil de validar es también fácil de resolver (e.g. factorización de números grandes). Es decir, no está tan claro si todo problema perteneciente a NP pertenece también a P

Teniendo un validador de tiempo polinómico es fácil conseguir otra definición de la clase NP:

- **Clase NP:** aquellos problemas para los que se conoce una máquina de Turing NO DETERMINISTA que los resuelva en tiempo POLINÓMICO.

Que nos lleva a la menos formal pero más intuitiva:

- **Clase NP:** aquellos problemas para los que se conoce una máquina de Turing DETERMINISTA que los resuelva en tiempo EXPONENCIAL.

De aquí surge la pregunta ¿No pueden ser resueltos en tiempo polinómico o es que aun no hemos dado con el algoritmo correcto? Probar lo uno o lo otro implica resolver el problema ¿P=NP? Incógnita cuya resolución el Clay Mathematics Institute of Cambridge paga con 1.000.000 $ http://www.claymath.org/millennium/P_vs_NP/

Para el estudio de este problema existen dos tipos de problemas especialmente interesantes:

- **Problemas NP-Duros**: un problema H pertenece a esta clase si y sólo si cualquier problema L perteneciente a la clase NP puede ser reducido en tiempo polinómico por una máquina de Turing determinista **T** a ese problema. Es decir L

≤ H o, más llanamente, **H es, como poco, tan difícil como cualquier problema NP**.

- **Problemas NP-Completos**: Los problemas NP-Completos son aquellos problemas pertenecientes a **NP que, además, son NP-Duros**.

Estas clases y problemas pueden verse gráficamente en la Figura 1

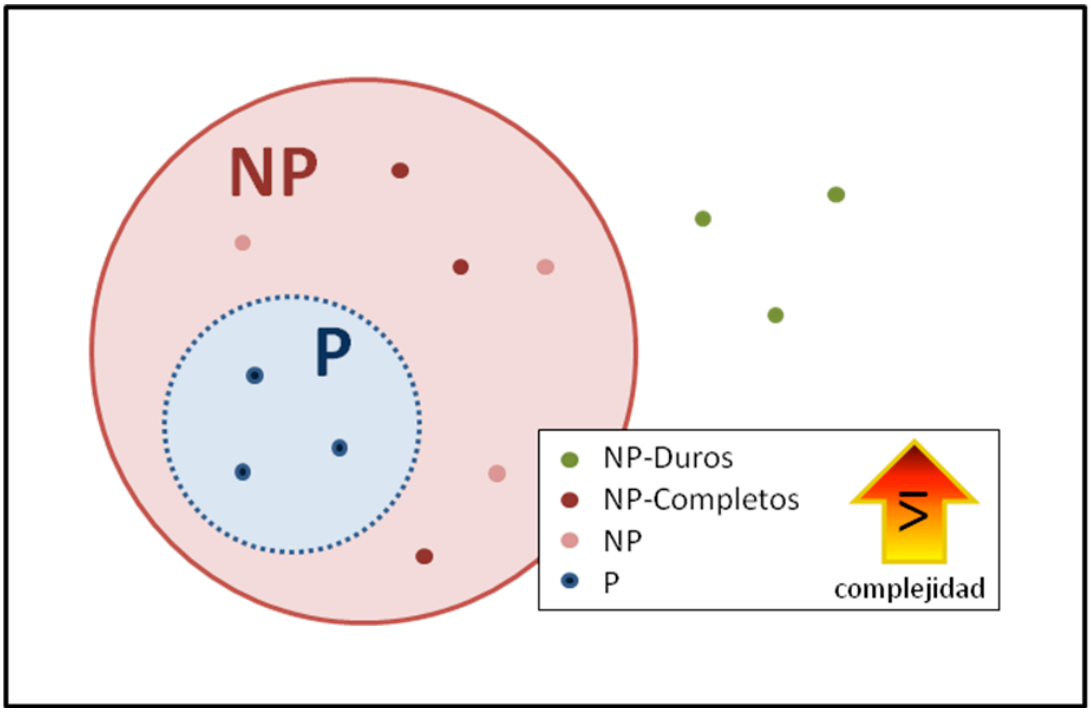

Figura 1: Esquema de complejidad computacional P-NP. Los puntos representan problemas particulares (e.g. "cálculo del factorial", "factorización de un número", "TSP", …)

Descubrir una máquina de Turing determinista **M** (un algoritmo) que resuelva algún problema NP-Completo en tiempo polinómico, proporciona un medio para resolver cualquier problema NP en tiempo polinómico con una máquina de Turing determinista. Encadenando, primero, la máquina de Turing determinista **T** que reduce un problema al otro (tiempo polinómico) y luego la máquina de Turing determinista **M** que hemos encontrado (tiempo polinómico). Dicho de otra forma, demostramos que todos los problemas NP pertenecen a P de una sola vez (y ganamos 1.000.000 $)

NOTA: Aunque nadie lo ha demostrado (cosa que también se paga con 1.000.000 $) la comunidad científica se inclina a creer que P y NP no son la misma clase.

Problema del viajante (TSP – Traveling Salesman Problem)

Visto lo visto podemos explicar los resultados de la práctica 1 desvelando que el TSP es un problema NP-Completo.
Este hecho no evita que las compañías de transporte, diseño de circuitos y demás industrias necesiten soluciones a sus problemas (lamentablemente, NP) y las necesiten en un tiempo razonable. Para ello, en lugar de buscar la solución óptima al problema los algoritmos heurísticos buscan aproximarse de la forma más inteligente posible a la

solución óptima llegando en algún caso a identificarla mediante un acercamiento sucesivo de cotas inferiores y superiores.

Práctica 2

Previo estudio de las diferentes alternativas heurísticas presentes en la página web de la asignatura (http://mherranz.wordpress.com/docencia/talf-2-practicas-2011-2012), realizar un programa que encuentre una solución al TSP lo más aproximada posible a la óptima en menos de una hora y media.

La entrega consta de dos partes:

- Física: archivo p1pY.tgz (donde X es el número de grupo e Y el de la pareja) con:
    - Una memoria **breve y clara** que aborde los aspectos más **significativos** y relevantes de la solución elegida: explicación del algoritmo, puntos fuertes, débiles, comportamiento, aproximación media al óptimo, inspiración, coste/medidas, opciones, pruebas...
    - Los archivos de código, un makefile y un fichero leeme.txt que explique qué hace el programa (de 2 a 4 líneas) parámetros, entrada, salida , ...

- Presencial: El día de entrega se realizará una **competición** de entre una hora y hora y media en la que cada pareja competirá con su algoritmo y “la banca” con 5 algoritmos Random (i.e. que busca al azar secuencias de ciudades) simultáneos. La competición consistirá en encontrar la ruta con menor coste de un mapa dado. Las 2 primeras parejas de la clasificación, tendrán bonificación (+15% de la nota de prácticas) y los que obtengan peor resultado que la banca serán penalizados (-15% de la nota de prácticas). Los datos de entrada y salida estarán en el mismo formato que en la práctica 1.

NOTA: El fichero .zip se enviará como tarde al final de la última clase de prácticas, con los posibles cambios que haya sufrido a lo largo de la competición. La memoria puede incluir, al final de la misma, anotaciones manuscritas correspondientes a la competición.